Mini bac 3 Classe de Première C

Jeudi 18 Avril 2024

Durée 3 heures

Calculatrices en mode Examen

Exercice 1 Fonctions , dérivation

Soit f la fonction définie sur $[-10;10]$ par f(x) = $\dfrac{x^3-4}{x^2+1}$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire g

On pose pour tout réel x de $[-10;10]$: $g(x)=x^3+3x+8$

1) Calculer $g'(x)$ et en déduire les variations de g sur $[-10;10]$.

2) Dresser le tableau de variations de g avec les valeurs aux bornes de l'ensemble de définition

3) a) Pourquoi peut-on affirmer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution que l'on notera α sur [-10;10] ? Placer α dans le tableau de variation.

b) A l'aide de votre calculatrice, trouver une valeur approchée de α à 10^{-2} près

c) Pourquoi peut-on alors affirmer que g est positive sur $[\alpha;10]$?

Partie B : Etude de la fonction f

On rappelle que la fonction f est définie sur $[-10;10]$ par f(x) = $\dfrac{x^3-4}{x^2+1}$

1) Montrer que f est bien définie sur l'intervalle $[-10;10]$

2) Montrer que f' la fonction dérivée de f est définie par : $f'(x) = \dfrac{x\times g(x)}{(x^2+1)^2}$

3) a) Etudier le signe de la fonction dérivée f' à l'aide d'un tableau de signe

b) Dresser alors le tableau de variations de f

Exercice 2 : **Probabilité , Variable aléatoire**

On considère deux élevages de chatons sacrés de Birmanie :

- Dans le premier élevage, 75 % des chatons deviennent couleur Chocolat et 25 % deviennent couleur Blue.
- Dans le second élevage 30 % des chatons deviennent couleur Chocolat et 70 % deviennent couleur Blue.

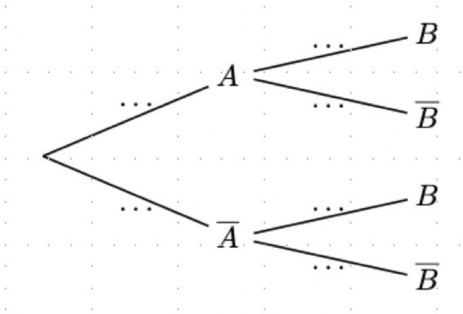
Une animalerie se fournit dans ces deux élevages. Elle achète 40 % de ses chatons au premier élevage et 60 % au deuxième.
On choisit au hasard un chaton de l'animalerie.
On note A l'événement « Le chaton provient du premier élevage » et B l'événement « Le chaton est de couleur Blue ».

On note $\overline{A}$ l'événement contraire de A et $\overline{B}$ l'événement contraire de B.

1.a. Recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilité ci-contre sans justifier.

1.b. Calculer $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ et interpréter le résultat

1.c. Montrer que la probabilité que le chaton soit de couleur Chocolat est 0,48.



1.d. Sachant que Jules a choisi un chaton couleur Blue dans cette animalerie, quelle est la probabilité que le chaton provienne du deuxième élevage ? On donnera le résultat à 10^{-2} près.

2. Le responsable du rayon fixe à 80 € le prix de vente d'un chaton couleur Blue du premier élevage et à 100 € le prix d'un chaton couleur Chocolat toujours du premier élevage.

Les chatons du deuxième élevage sont vendus 10 % plus cher que ceux du premier

On choisit au hasard un chaton de l'animalerie et on désigne par X la variable aléatoire égale au prix en euros du chaton acheté.

2.a. Montrer que $P(X=80)=0{,}1$ et que $P(X=88)=0{,}42$

2.b. Déterminer la loi de probabilité de X. (sans justification)

2.c. Montrer en détaillant les calculs que l'espérance $\overline{m}$ de la variable aléatoire X est 94,76 et interpréter ce résultat

2.d. Montrer, en détaillant les calculs, que l'écart type σ de la variable aléatoire X est d'environ 9,54

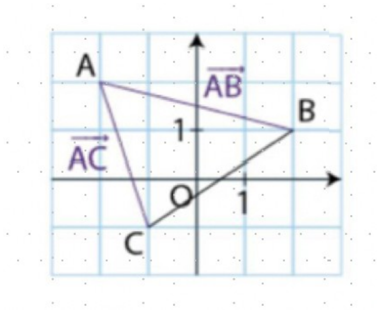
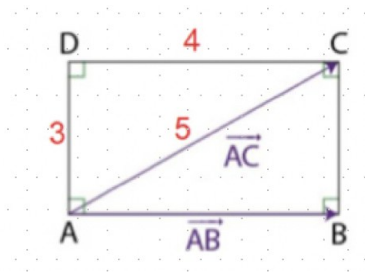
2.e. Déterminer la probabilité $P(\overline{m}-\sigma<X<\overline{m}+\sigma)$

<u>Exercice 3</u> **Produit scalaire**

Les deux parties de cete exercice sont indépendantes

<u>Partie A</u>

Dans chacun des deux cas suivants, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

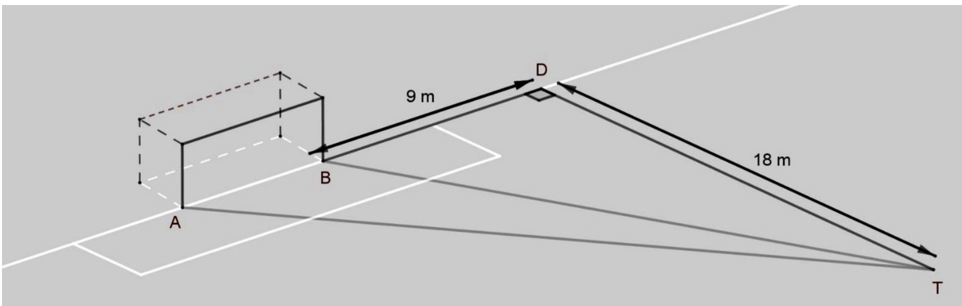
1) Les points A , B et C sont donnés dans le repère orthonormé ci-dessous  	2) ABCD est le rectangle ci-dessous 

<u>Partie B</u>

Sur le dessin ci-dessous, la largeur du but est de AB = 7,32 mètres .

Les points A , B et D sont alignés.

On appelle T le point où se trouve un ballon. Le triangle ATD est rectangle en D



1) Pourquoi $\overrightarrow{TD} \cdot \overrightarrow{TB} = 0$?

2) a) A l'aide de la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB} = TD^2 + DA \times DB$

b) Monter alors que $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB} = 470{,}88$

3) Déterminer une valeur approchée, au dixième de degré prés, de l'angle de tir , c'est à dire de l'angle $\widehat{ATB}$.