

DS suites arithmétiques , géométriques

Le mardi 25 mars 45²

Exercice 1

QCM pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Pour répondre, indiquer sur la copie, le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée

Q1 Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ par $u_3 = 95$ et $u_{14} = 392$

La valeur de u_0 est égale à :

- a) $u_0 = 25$ b) $u_0 = 27$ c) $u_0 = 41$ d) $u_0 = 14$

$$u_{14} = u_3 + 11r \text{ donc } 392 = 95 + 11r \quad \text{et il vient } r = 27 \text{ d'où } u_0 = u_3 - 3 \times 27 = 14$$

Q2 Que vaut la somme $S = 4 + 8 + 16 + \dots + 131072$?

- a) 262140 b) 524284 c) 262144 d) 1048608

$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ où (u_n) est une suite géométrique de raison 2 de premier terme $u_0 = 4$

On a alors $u_n = u_0 \times q^n$ et on cherche n tel que $131\,072 = 4 \times 2^n$ c'est à dire $2^n = 32768$

La calculatrice donne $n = 15$ donc $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15} = u_0 \times \frac{1 - q^{16}}{1 - q} = 262140$

Q3 Soit (u_n) une suite géométrique définie par $u_{n+1} = \sqrt{u_n \times u_{n+2}}$ et $u_n = 16$, $u_{n+1} = 8$.

Quelle est la valeur de u_{n+2} ?

- a) 4 b) 8 c) 16 d) 32

$$u_n = 16 \text{ et } u_{n+1} = 8 \text{ donc la raison de la suite est } \frac{1}{2}. \text{ Ainsi } u_{n+2} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

Q4 Soit (u_n) une suite géométrique ni croissante ni décroissante où $u_0 = 5$ et la somme des trois premiers termes est 35. Quelle est la valeur de la raison q ?

- a) 2 b) -3 c) 4 d) 9

$u_0 + u_1 + u_2 = 35$. On peut alors tester avec les raisons proposées où alors appliquer les formules :

$u_0 + u_0 \times q + u_0 \times q^2 = 35$ et comme $u_0 = 5$ cela donne comme équation $q^2 + q - 6 = 0$ de racines 2 et -3 or si la suite n'est ni croissante ni décroissante alors $q = -3$

Exercice 2

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 6$ et de premier terme $u_0 = 8$

On pose $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

1) Exprimer le terme u_n en fonction de n

$$u_n = u_0 + nr \text{ donc } u_n = 8 + 6n$$

2) On cherche à déterminer n tel que $S_n = 1702$

a) Montrer que cela revient à résoudre $3n^2 + 11n - 1694 = 0$

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(u_0 + u_n) \times (n+1)}{2} = \frac{(8 + 8 + 6n) \times (n+1)}{2} = 1702$$

qui donne après simplification $3n^2 + 11n - 1694 = 0$

b) Déterminer la valeur de n

On résout l'équation précédente et on trouve $n = 22$ ou $n = -\frac{77}{3}$ d'où $n = 22$

Exercice 3

Une balle est lâchée sur le sol d'une hauteur de 1,50 m. La propriété de la balle fait qu'à chaque rebond la balle rebondit à 80 % de sa hauteur

1) Calculer la hauteur en m de la balle après 1 rebond puis après 2 rebonds.

$$h_1 = 0,8 \times 1,5 = 1,2 \text{ m} \quad h_2 = 0,8 \times 1,2 = 0,96$$

On appelle h_n la hauteur en m de la balle après n rebonds. Ainsi on a $h_0 = 1,5$

2) Montrer que la suite (h_n) est géométrique dont on précisera la raison.

On a $h_{n+1} = 0,8h_n$ donc suite géo raison 0,8

3) Déterminer l'expression de h_n en fonction de n

$$h_n = u_0 \times q^n = 1,5 \times 0,8^n$$

4) On estime que la balle ne rebondit plus lorsque sa hauteur après n rebonds est inférieure à 0,001 m.

On écrit alors un programme en python permettant de déterminer n .

a) Recopier et compléter ce programme pour qu'il affiche le résultat voulu.

```
n = 0
h = 1,5
while h_n ≥ 0,001 :
    n=n+1
    h = 0,8*h
print(n)
```

```
n=0
h=1,5
while ....:
    n=n+1
    h=...
print (...)
```

b) Combien de rebond fera la balle avant de ne plus rebondir ?

33 rebonds à l'aide de la calculatrice

Exercice 4 Suite arithmético-géométrique

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} u_0=60 \\ u_{n+1}=0,6u_n+80 \end{cases}$$

1) a) Calculer les termes u_1 et u_2

$$u_1 = 116 \text{ et } u_2 = 149,6$$

b) Justifier alors que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique

$$u_1 - u_0 = 56 \text{ et } u_2 - u_1 = 33,6 \text{ donc différents pas arithmétique}$$

$$\frac{u_1}{u_0} \approx 1,93 \text{ et } \frac{u_2}{u_1} \approx 1,28 \text{ donc pas géométrique}$$

2) On pose $v_n = u_n - 200$

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison q et le premier terme v_0

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 200 = 0,6u_n + 80 - 200 = 0,6u_n - 120 = 0,6(u_n - 200) = 0,6v_n$$

donc géom raison 0,6 de premier terme $v_0 = -140$

b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n

$$v_n = v_0 \times q^n = -140 \times 0,6^n \quad \text{d'où } u_n = -140 \times 0,6^n + 200$$

c) Calculer le terme u_5 au centième près

$$u_5 = -140 \times 0,6^5 + 200 = 189,11$$

d) Conjecturer la limite de (u_n)

limite de 200