Bac Blanc n°3 Mathématiques

Classe de première

Le lundi 28 avril 45^2

Exercice 1

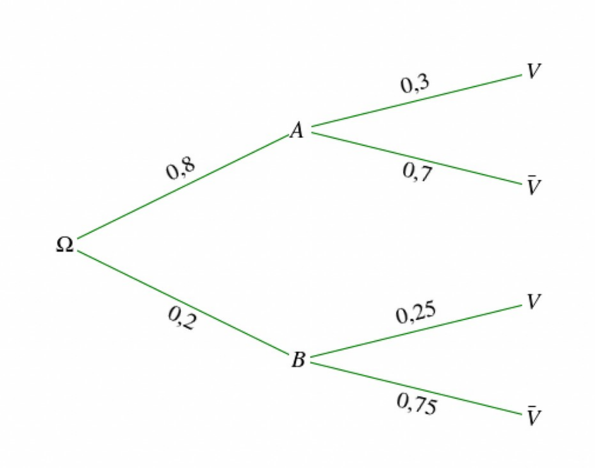
Un jeu consiste à combattre en duel soit un monstre A soit un monstre B

On a une probabilité de $\frac{4}{5}$ d'affronter le monstre A

Le joueur gagne contre le monstre A dans 30 % des cas et gagne contre le monstre B dans 25 % des cas

Le joueur lance une partie. On considère les événements :

- A : « le joueur affronte le monstre A »
- B : « le joueur affronte le monstre B »
- V : « le joueur est victorieux »



1) Déterminer $P_B(\overline{V})$ et interpréter le résultat

$P_B(\overline{V})$ = 0,75 le joueur perd contre le monstre B dans 75 % des cas

2) Montrer que $P(B\cap V) = \frac{1}{20}$

D'aprés l'arbre , $P(B\cap V) = 0{,}2\times 0{,}25 = 0{,}05 = \frac{1}{20}$

3) Calculer $P(V)$

Proba totale : P(V) = $P(A\cap V)+P(B\cap \overline{V})$

$= 0{,}8\times 0{,}3+0{,}05 = 0{,}29$

4) Calculer la probabilité d'avoir combattu le monstre B sachant que le joueur est victorieux

On veut $P_V(B) = \frac{P(V\cap B)}{P(V)} = \frac{\frac{1}{20}}{0{,}29} \approx 0{,}172$

Exercice 2 Partie A

Cette partie est un QCM. Pour chaque question recopier le numéro de la question en indiquant la réponse choisie

Question 1 On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = 2u_n - 5$

Un algorithme permettant de calculer la somme S = $u_0+u_1+\ldots+u_{36}$ est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d

u = -2
s = 0
for i in range(0;37) :
    u=2*u-5
    s=s+u
	u = -2
	s = 0
	for i in range(0;36) :
	    u=2*u-5
	    s=s+u
		u = -2
		s = -2
		for i in range(0;37) :
		    s=s+u
		    u=2*u-5
			u = -2
			s = -2
			for i in range(0;36) :
			    u=2*u-5
			    s=s+u

Pour les questions 2 et 3 Soit f la fonction définie sur [0;+∞[par $f(x)=(2{,}4x^2-5x+3)\sqrt{x}$

Question 2 La fonction dérivée f' de la fonction f est donnée par :

réponse a : $f'(x)=(4{,}8x-5)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$ **réponse b** : $f'(x)=\frac{12x^2-15x+3}{2\sqrt{x}}$

réponse c : $f'(x)=\frac{12x^2-15x+3}{\sqrt{x}}$ **réponse d** : $f'(x)=(2{,}4x-5)\times\frac{1}{\sqrt{x}}$

Question 3 Le tableau de variations de la fonction f est donnée par :

Réponse a

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	0,95	↘	0,4	↗	

Réponse b

x	0		$\frac{4{,}8}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	0	↘	f(0,96)	↗	

Réponse c

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	0,95	↘	0,4	↗	

Réponse d

x	0		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$	||	+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	f(0,5)	↘	f(2)	↗	

Question 4 Quel est l'intru parmi les angles, en radian, suivants: $\frac{32\pi}{3}$, $\frac{67\pi}{6}$, $-\frac{28\pi}{3}$, $\frac{28\pi}{3}$, $\frac{-53\pi}{6}$

Réponse a : $\frac{32\pi}{3}$ **Réponse b** : $\frac{67\pi}{6}$ **Réponse c** : $\frac{28\pi}{3}$ **Réponse d** : $\frac{-53\pi}{6}$

Partie Bc

Répondre aux questions suivantes **en justifiant votre réponse**

Question 5 (v_n) est une suite géométrique de raison q > 0 de premier terme v_0.

On connaît deux termes : $v_2=9$ et $v_6=144$

Quelle est la valeur de S = $v_0+v_1+\ldots+v_{11}$

Il faut trouver la raison de la suite : $v_6 = q^4\times v_2$ donc $\frac{v_6}{v_2} = q^4$ = 16 d'où comme q > 0 on a q = 2

Le premier terme v_0 est donc $v_2 = v_0\times q^2$ d'où $v_0 = \frac{9}{2^2}$ = 2,25

on peut donc écrire : S = $v_0\times\frac{1-q^{12}}{1-q} = 2{,}25\times\frac{1-2^{12}}{-1} =$ 9213,75

Question 6 Quelle est la valeur de la somme S = $700+694+688+\ldots+316+310$

Suite arithmétique de raison -6 de premier terme v_0 = 700 d'où $v_n = v_0+nr = 700-6n$

Cherchons n tel que v_n = 310 d'où $700-6n$ = 310 ce qui donne n = $\frac{310-700}{-6}$ = 65 donc

S = $v_0+\ldots+v_{65} = \frac{66\times(v_0+v_{65})}{2} = \frac{66\times(700+310)}{2}$ = 33 330

<u>Exercice 3</u> Soit f la fonction définie sur D_f = IR/{-1} par f(x) = $\frac{x^2+1}{x+1}$

1) Démontrer que pour tout x ∈ D_f , $f'(x) = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$

$$f'(x) = \frac{2x\times(x+1)-(x^2+1)\times1}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x-x^2-1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$$

2) Déterminer le signe de f' puis dresser le tableau de variation de f

$(x+1)^2$ étant positif le signe de f' est celui de x^2+2x-1 de delta 8 donc deux racines $x_1 = -1+\sqrt{2}$ et $-1-\sqrt{2}$ d'où

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		-1		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	‖	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘	‖	↘		↗	

3) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0

y = $f'(0)(x-0)+f(0)$

y = $-x+1$

4) Etudier la position relative de la courbe C_f et de la droite d'équation y = x .

Etudions le signe de $f(x)-x = \frac{x^2+1}{x+1}-x = ... = \frac{1-x}{1+x}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1-x$		+	⋮	+	0	-	
$1+x$		-	0	+	⋮	+	
quotient		-	‖	+	0	-	

Ainsi sur $]-\infty;-1[\cup[1;+\infty[$ $f(x)-x$ est négatif donc f(x) ≤ x et C_f est en dessous de la droite sur]-1;1] , f(x) – x est négatif et C_f est au dessus de la droite

<u>Exercice 4</u> On considère la suite numérique (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} v_0=1 \\ v_{n+1}=\frac{9}{6-v_n} \end{cases}$

Partie A

1) A l'aide de votre calculatrice, conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (v_n)

On peut conjecturer une suite croissante et de limite 3

2) On admet que, pour tout entier naturel n, 0 < v_n< 3

a) Démontrer que pour tout entier naturel n, $v_{n+1}-v_n=\frac{(3-v_n)^2}{6-v_n}$

$$v_{n+1}-v_n = \frac{9}{6-v_n}-v_n = \frac{9-6v_n+v_n^2}{6-v_n} = \frac{(3-v_n)^2}{6-v_n}$$

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n)

Il faut étudier le signe de $v_{n+1}-v_n$ d'où c'est le signe de $6-v_n$ or $0\leq v_n\leq3$ donc $6-v_n$ est positif et on a donc $v_{n+1}-v_n$ positif d'où $v_{n+1}>v_n$ et la suite est croissante

Partie B Vers une formule explicite de (v_n)

On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n=\dfrac{1}{v_n-3}$

1) Démontrer que (w_n) est une suite arithmétique de raison - $\dfrac{1}{3}$

$$w_{n+1}-w_n = \frac{1}{v_{n+1}-3}-\frac{1}{v_n-3} = \frac{1}{\dfrac{9}{6-v_n}-3}-\frac{1}{v_n-3} = \frac{1}{\dfrac{-9+3v_n}{6-v_n}}-\frac{1}{v_n-3} = \frac{6-v_n}{3(v_n-3)}-\frac{1}{v_n-3}$$

$$= \frac{6-v_n-3}{3(v_n-3)} = \frac{3-v_n}{3(v_n-3)} = \frac{-1}{3}$$

(v_n) est donc artihmétique de raison $\dfrac{-1}{3}$ de premier terme $w_0 = \dfrac{1}{v_0-3} = -\dfrac{1}{2}$

2) En déduire l'expression de (w_n) en fonction de n puis celle de (v_n) en fonction de n

On a donc $w_n = w_0+nr$

$$w_n = -\frac{1}{2}+n\times-\frac{1}{3} = \frac{-3-2n}{6}$$

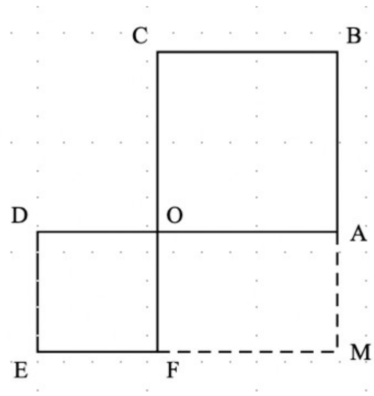
d'où $\dfrac{1}{v_n-3} = \dfrac{-3-2n}{6}$

$$v_n-3 = \frac{6}{-3-2n}$$

$$v_n = \frac{6}{-3-2n}+3$$

$$v_n = \frac{-3-6n}{-3-2n} = \frac{3+6n}{3+2n}$$

<u>**Exercice 5**</u> <u>Exercice à faire uniquement par les élèves de 1ère B</u>



OABC et ODEF sont des carrés de côtés respectifs 3 et 2 .

OAMF est un rectangle

On note H le projeté orthogonal du point M sur la droite (DC)

Dans cet exercice, on se place dans le repère $\left(O;\frac{1}{3}\overrightarrow{OA},\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}\right)$

1) Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure

$A(3;0)$ $B(3;3)$ $C(0;3)$ $D(-2;0)$

$E(-2;-2)$ $F(0;-2)$ $M(3;-2)$

2) Les droites (OM) et (CD) sont-elles perpendiculaires ?

$\overrightarrow{OM}\ (3;-2)$ et $\overrightarrow{CD}(-2;-3)$

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{CD}$ = xx'+yy' = $3\times(-2)+(-2)\times(-3)$ = 0 donc les vecteurs sont orthogonaux et les droites perpendiculaires

3) Calculer $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM}$

$\overrightarrow{CM}\ (3;-5)$ et $\overrightarrow{CD}(-2;-3)$ donc $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = -2\times3+(-3)\times(-5)$ = 9

4) Déterminer la longueur CH

$\overrightarrow{CH}$ est le projeté orthogonal de $\overrightarrow{CM}$ sur $\overrightarrow{CD}$ donc

$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CH}$ or $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CH}$ sont colinéaires de même sens donc

$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = CD\times CH$

Or $\overrightarrow{CD}(-2;-3)$ donc CD = $\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ donc $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CM} = \sqrt{13}CH$ = 9

d'où CH = $\dfrac{9}{\sqrt{13}}$

Exercice 5 **Exercice à faire uniquement pour les élèves de 1ère A/C**

Dans une maternité, on estime qu'à la naissance, la probabilité qu'un enfant soit une fille est égale à 0,51. On choisit de manière indépendante trois enfants nés dasn cette maternité. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de fille parmi ces trois enfants .

1) Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.
2) Calculer la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles
3) Décrire l'événement $X = 0$ et calculer sa probabilité
4) Compléter le tablau suivant donnant la loi de probabilité de X

x	0	1	2	3
P(X=x)				

5) Calculer l'espérance de cette variable aléatoire et interpréter
6) Calculer la variance et l'écart type de cette variable aléatoire