

DS première Spécialité math

lundi 30 mars 2026

Exercice 1 Suite arithmétique et géométrique

1) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0

On donne $u_4 = 18$ et $u_8 = 25$

a) Déterminer la raison r et le premier terme u_0

$$u_8 = u_4 + 4r \qquad u_0 = u_4 - 4r$$

$$25 = 18 + 4r \qquad u_0 = 11$$

$$r = \frac{7}{4}$$

b) Calculer $u_{14} = u_0 + 14r = 11 + \frac{14 \times 7}{4} = 35,5$

2) Calculer la somme $S = 26 + 33 + 40 + \dots + 2021$

On précisera la formule utilisée

on conjecture une suite arithmétique de raison 7

Soit $u_0 = 26$ et $u_n = u_0 + nr = 26 + 7n$

$$26 + 7n = 2021 \text{ donne } n = 285 \text{ donc } S = u_0 + \dots + u_{285} = \frac{(u_0 + u_{285}) \times 286}{2} = 292721$$

3) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme v_0

On donne $v_2 = 18$ et $v_5 = 486$

a) Déterminer la raison q et le premier terme v_0

$$v_5 = v_2 \times q^3$$

$$486 = 18 \times q^3$$

$$q^3 = 27 = 3^3$$

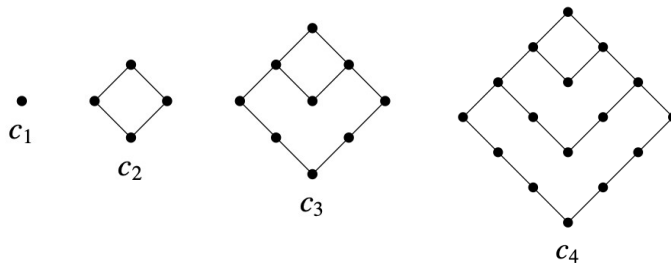
$$q = 3 \qquad \text{donc } v_0 = v_2 \times q^{-2} = 2$$

b) Calculer $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$. On précisera la formule utilisée

$$S' = v_0 \times \frac{1 - q^8}{1 - q} = 2 \times \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = 6560$$

Exercice 2 Nombres carrés

Voici les 4 premiers nombres carrés



1) Dessiner c_5 puis en donner le nombre de points

2) Donner le nombre de points de c_6 et c_7

$$c_1 = 1 \quad c_2 = 4 \quad c_3 = 9 \quad \dots \quad c_6 = 36 \quad c_7 = 49$$

3) Conjecturer le nombre de points de c_n en fonction de n .

Il semble que $c_n = n^2$

Démontrer votre conjecture

$$\text{On a } c_n = c_{n-1} + 2n - 1 = c_{n-2} + 2n - 1 = \dots = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2n - 1$$

$$\text{suite arithmétique de raison 2 donc } c_n = \frac{(1 + 2n - 1) \times n}{2} = n^2$$

Exercice 3

Soit la suite (u_n) définie sur n par $u_0 = 7$ et pour tout n , $u_{n+1} = 0,5u_n + 3$

On pose $v_n = u_n - 6$

1) a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = 0,5u_n + 3 - 6 = 0,5u_n - 3 = 0,5(u_n - 6) = 0,5v_n$$

donc suite geo raison 0,5 premier terme $v_0 = u_0 - 6 = 1$

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

$$v_n = v_0 \times q^n = 1 \times 0,5^n = 0,5^n \quad \text{d'où } u_n - 6 = 0,5^n \quad \text{d'où } u_n = 6 + 0,5^n$$

c) Donner une valeur approchée de u_8 à 10^{-3} près

$$u_8 = 6 + 0,5^8 \approx 6,004$$

2) On note $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{100}$

a) Déterminer la valeur exacte de S puis une valeur approchée

$$S = v_0 \times \frac{1 - q^{101}}{1 - q} = 1 \times \frac{1 - 0,5^{101}}{1 - 0,5} = 2(1 - 0,5^{101}) \approx 2$$

b) En déduire une valeur approchée de la somme $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$

$$S' = v_0 + 6 + v_1 + 6 + v_2 + 6 + \dots + v_{100} + 6$$

$$= S + 6 \times 101 = 608$$

Exercice 4

Une balle est lâchée d'une hauteur de 3 mètres au dessus du sol. Elle touche le sol et rebondit . A chaque rebond, la balle perd 25 % de sa hauteur où h_n désigne la hauteur maximale de la balle , en mètres, après le n-ième rebond. On a donc $h_0 = 3$

1) Calculer h_1 et h_2

$$h_1 = 0,75 \cdot h_0 = 2,25 \quad h_2 = 0,75 \cdot h_1 = 1,6875$$

2) La suite (h_n) est-elle arithmétique ? Justifier

$$h_1 - h_0 = -0,75 \quad h_2 - h_1 = -0,5625$$

Comme ces deux différences ne sont pas égales , la suite n'est pas arithmétique

3) Déterminer la nature de la suite (h_n) en précisant ses éléments caractéristiques

On a $h_{n+1} = 0,75 \times h_n$ donc la suite est géométrique de raison 0,75 de premier terme $h_0 = 3$

4) Déterminer la hauteur arrondie au cm, de la balle après 6 rebonds

$$h_6 = h_0 \times q^6 = 0,53 \text{ m au cm près}$$

5) La fonction « seuil » est définie en python

Recopier et compléter cet algorithme pour que cette fonction renvoie le nombre de rebonds à partir duquel la hauteur maximale de la balle sera inférieure ou égale à 10 centimètres

```
def seuil():
    h=3
    n=0
    while .....:
        h = .....
        n=n+1
    return n
```

Les deux lignes à compléter sont :

`while h ≥ 0,10 :`

`h = 0,75*h`