

Statistique

I- Population, individu, caractère, effectif, fréquence

Faire une étude statistique, c'est étudier un certain **caractère** dans une **population** donnée. On relève pour cela les valeurs du caractère par individu. L'ensemble des données ainsi récoltées constitue les données brutes qu'il est nécessaire de trier et de regrouper avant d'en faire l'étude. A noter que le caractère étudié peut être **qualitatif** (couleur d'une voiture) ou **quantitatif** (taille d'un individu)

Effectif et fréquence

- L'**effectif** d'une valeur du caractère est le nombre d'individus de la population correspondant à cette valeur
- La **fréquence** d'une valeur du caractère est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total :

$$f = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

A noter Lorsque les valeurs du caractère étudié sont en très grand nombre (par exemple la taille des individus) on peut les regrouper dans des intervalles de la forme $[a;b[$ appelés **classes**

Exemple :

En lançant 16 fois un dé, on obtient : 2, 4, 6, 6, 3, 4, 4, 5, 3, 6, 5, 4, 2, 1, 5, 4.

Compléter le tableau suivant :

Valeur x_i	1	2	3	4	5	6
Effectif n_i	1	2	2	5	3	3
Fréquence f_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$
Effectifs cumulés croissants	1	3	5	10	13	16

Définition : L'**effectif cumulé croissant** d'une valeur x_i (respectivement **fréquence cumulée croissante**) est égal à la somme des effectifs (respectivement fréquences) des valeurs inférieures ou égales à x_i

Compléter le tableau précédent par les effectifs cumulés croissants

II- Représentations graphiques

Diagramme en bâtons (figure 1a)

On représente sur l'axe des abscisses les différentes valeurs du caractère et sur l'axe des ordonnées les effectifs. La hauteur des bâtons est proportionnelle à l'effectif.

Histogramme (figure 1b)

La largeur de chaque rectangle correspond à l'amplitude de la classe. Lorsque les classes sont de même amplitude, la hauteur de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif.

Diagramme à secteurs circulaires (figure 1c)

L'angle de chaque secteur est proportionnel à l'effectif. On a :

$$\text{angle du secteur} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \times 360 = \text{fréquence de la valeur} \times 360$$

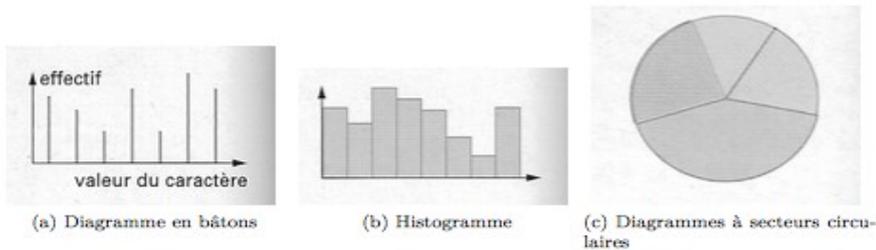


FIGURE 1: Diverses représentations graphiques

Polygone des effectifs cumulés croissants (figure 2)

Ce diagramme est formé des segments reliant les points ayant pour **abscisse les valeurs du caractère** et pour **ordonnée l'effectif cumulé croissant** correspondant.

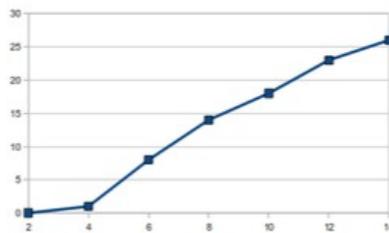


FIGURE 2: Diagramme des effectifs cumulés croissants

A noter que si la série est regroupée en classe, on prend pour abscisse l'extrémité de chaque classe

III- Paramètres d'une série statistique

III-1 Mode et classe modale

Définition : On appelle **mode** d'une série statistique une **valeur du caractère** qui correspond au **plus grand effectif**

Remarque : Si la série est regroupée en classe, on parle alors de classe modale.

III-2 Moyenne - étendue

Définition : On considère la série statistique suivante :

Valeur du caractère	x_1	x_2	x_3	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	n_3	...	n_p

L'effectif total est $N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_p$

La moyenne de la série est : $\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{N}$

Remarques :

- 1) On peut aussi calculer la moyenne à l'aide des fréquences. $\bar{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_p x_p$
- 2) Pour une série regroupée en classe, on prend pour la moyenne le centre de chaque classe

II. 1. Médiane et quartiles

On veut déterminer la médiane et les quartiles des résultats de la première composition des seconde III (année 2009)

Exemple : Voici les résultats de cette première composition

11	6	5	7	10	7	9	8	14	3	18	12	13	11
8	5	7	9	6	11	12	11	6	9				

La 1ère étape consiste à classer ces notes dans l'**ordre croissant**

Notes	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	18
effectif	1	3	3	3	2	3	1	4	2	1	1	1

1) Détermination de la médiane

On tient compte de l'effectif total $N = 25$

- **L'effectif est impair.** $\frac{25}{2} = 12,5$ La médiane est la **13ème** note donc $Me = 9$

Si on retire la note 18 à cette série, l'effectif total est alors 24

- **L'effectif est alors pair.** $\frac{24}{2} = 12$. La médiane est entre la **12ème et la 13ème** note. $Me = 8,5$

2) Détermination des quartiles

$N = 25$ et $\frac{N}{4} = \frac{25}{4} = 6,25$. Le premier quartile est la **7ème** note c'est à dire $Q1 = 6$

$\frac{3N}{4} = \frac{75}{4} = 18,75$. Le troisième quartile est la **19ème** note c'est à dire $Q3 = 11$

3) Une méthode plus rapide

Si l'on dispose du tableau des effectifs cumulés croissants, la lecture de ces différentes valeurs est immédiate

Note	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	18
Effectif	1	3	3	3	2	3	1	4	2	1	1	1
Effectif cumulés croissants	1	4	7	10	12	15	16	20	22	23	24	25

↑
Q1

↑
Me

↑
Q3

Définitions On considère une série statistique **ORDONNEE**

- 1) La **médiane Me** partage la série en deux groupes de même effectif
- 2) Le **quartile 1** notée **Q1** est la plus petite valeur de la série telle **qu'au moins le quart** de l'effectif est inférieur ou égal à Q1
- 3) Le **quartile 3** notée **Q3** est la plus petite valeur de la série telle **qu'au moins les trois quarts** de l'effectif est inférieur ou égal à Q3

II. 2. Moyenne, mode

- l'**étendue** de la série correspond à la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par le caractère
- le **mode** de la série est la valeur du caractère ayant le plus grand effectif

III. Paramètres de dispersion

On en distingue deux : l'**étendue** de la série et l'écart **interquartile**