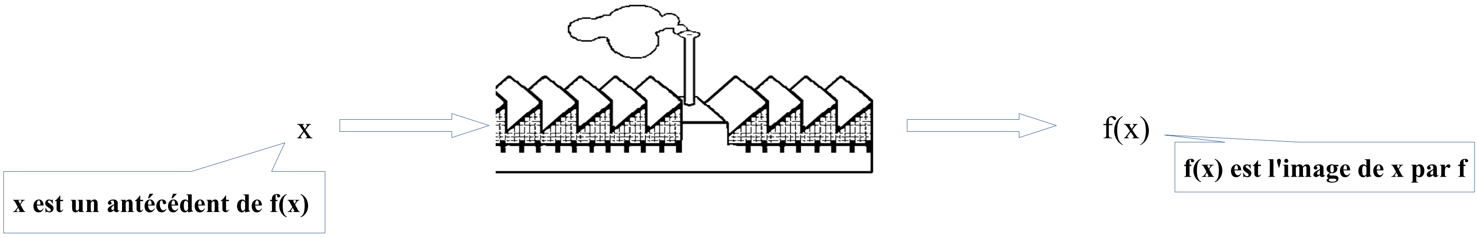
Chapitre 5 : Fonctions Généralités

I- Notion de fonction

Définir une fonction f sur un ensemble D, c'est donner un procédé de calcul qui à chaque nombre x de D associe un et un seul nombre noté f(x). On écrit : $f : D \to \mathbb{R}$

$x \longmapsto f(x)$

Vocabulaire **:** Le procédé de calcul peut être assimilé à une usine. On y entre un nombre et il en sort son image



L'**ensemble de définition** de la fonction est l'ensemble des valeurs que la variable x peut prendre

Cet ensemble est souvent un **intervalle** noté D ou D_f (intervalle [0;10,5] dans l'activité d'introduction)

Exemple **:** Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = 3x^2 - 1$

L'image de 4 par f est 47 car $f(4) = 3 \times 4^2 - 1 = 48 - 1 = 47$

Les antécédents de 11 par f sont 2 et –2 car $f(2) = 3 \times 2^2 - 1 = 11$ et $f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 1 = 11$

II Valeurs prises par une fonction

L'expression algébrique d'une fonction étant donnée, il est possible de construire un **tableau de valeurs de la fonction**.

Compléter, pour la fonction f définie par $f(x) = 3x - \frac{3}{10}x^2$ avec $x \in [0 ; 12]$, le tableau de valeurs suivants :

x	0	1	2	4	4,5	5	6	7,5	8	9	10
f(x)											

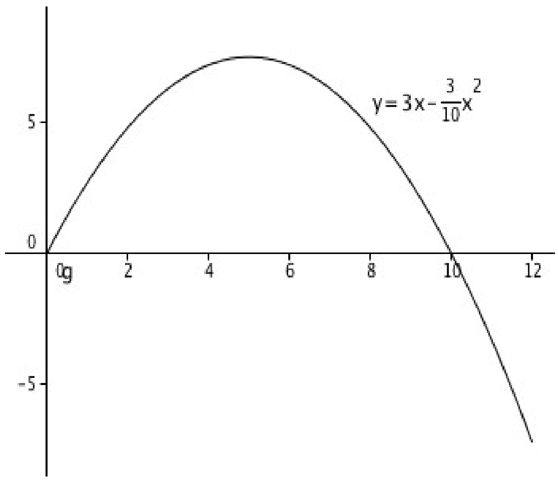
Les valeurs prises par $f(x)$ peuvent être données en valeurs exactes ou approchées, on donne souvent l'arrondi d'ordre 1

III. Courbe représentative d'une fonction

Un repère du plan étant choisi, le tableau de valeurs précédent permet de construire la courbe représentative de la fonction f:

$$f(x) = 3x - \frac{3}{10}x^2 \quad \text{avec } x \in [0 ; 12]$$

Cette **courbe** notée C_f est **l'ensemble des points** $M(x, f(x))$ tels que $x \in [0 ; 12]$.



Exemple: On a f(10) = 0 donc le point M (10 ; 0) est sur C_f

Vocabulaire : On dit que la courbe C_f a pour équation y = f(x) c'est à dire $y = 3x - \frac{3}{10}x^2$

IV- Parité

On considère une fonction f définie sur un intervalle I centré en 0 et on note C_f sa courbe représentative

> **Définition** **On dit que f est :**
> - **paire lorsque, pour tout x ∈ I , f(-x) = f(x)**
>   **C_f est alors symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**
> - **impaire lorsque, pour tout x ∈ I , f(-x) = -f(x)**
>   **C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère**

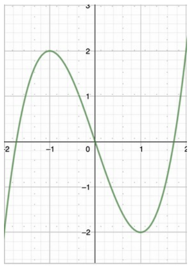
Quelques exemples

- Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^3 - 3x$

  ℝ est centré en 0 et on a

  $f(-x) = (-x)^3 - 3 \times (-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x)$

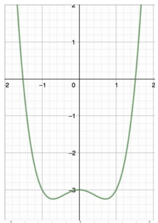
  donc $f(-x) = -f(x)$ **f est donc impaire**



- Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^4 - x^2 - 3$

  ℝ est centré en 0 et on a $f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 - 3 = x^4 - x^2 - 3$

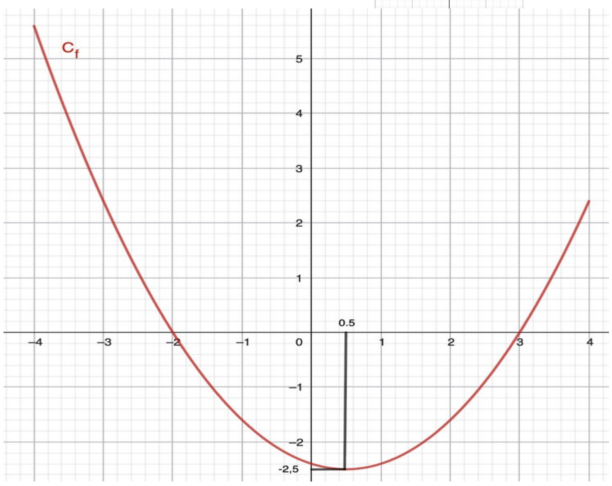
  donc $f(-x) = f(x)$ **f est donc paire**



V- 3 tableaux pour une même fonction

Soit f la fonction définie sur [-4;4] dont on donne la courbe représentative

On peut, pour décrire le comportement de cette fonction, proposé trois tableaux :



1 : le tableau de valeur

x	-4	-2	0,5	1,6	4
f(x)	**5,6**	**0**	**-2,5**	**-2**	**2,4**

2 : Le tableau de variation

D'après ce graphe, la fonction f est **décroissante** sur [-4;0,5] et **croissante** sur [0,5;4]

On résume ces informations dans un tableau de variations :

x	−4		0,5		4
Variation de f	5,6	↘	−2,5	↗	2,4

On peut alors affirmer que la fonction f admet **un minimum** atteint en x = 0,5 qui vaut -2,5

3 : le tableau de signe

Dés que la courbe est **au dessus** de l'axe des abscisses, la fonction est **positive** sinon elle est négative .

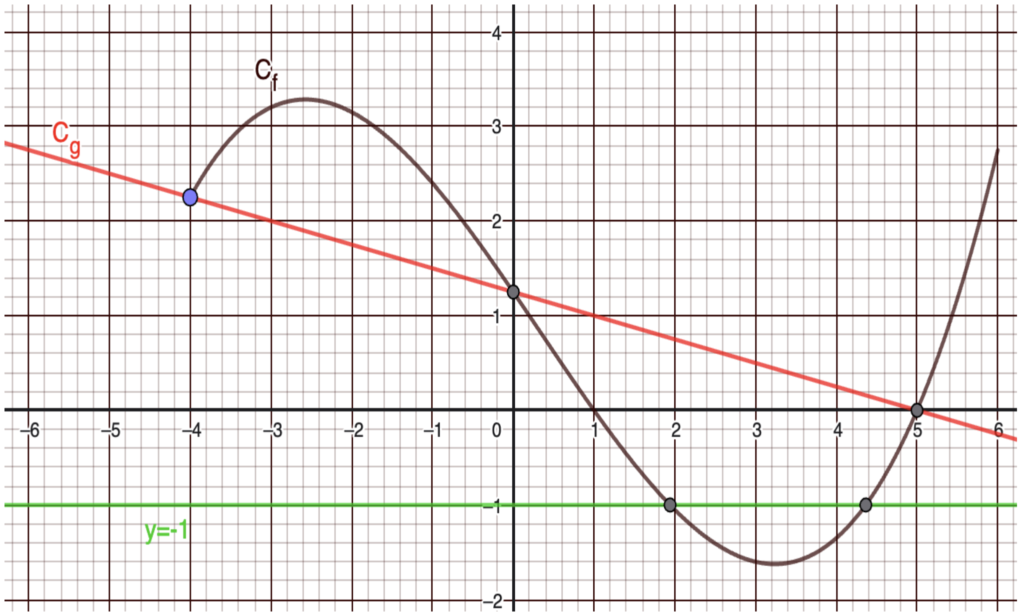
On résume ces informations dans un tableau de signe

x	−4		−3		2		4
Signe de f		+	0	−	0	+	

VI- Equations et inéquations : le point de vue graphique

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur [–4;6].

On peut utiliser ce graphe pour résoudre graphiquement des équations ou des inéquations .



- Résoudre graphiquement l'équation f(x) = –1

La droite d'équation y = –1 a deux points d'intersection avec la courbe C_f **donc l'équation a deux solutions** . On lit donc les abscisses de ces points d'intersection . **S = { 1,9 ; 4,4 }**

- Résoudre l'équation f(x) > g(x)

On cherche les points de C_f **situés au dessus de** C_g **.**

Leurs abscisses sont dans la réunion d'intervalle : S = $]-4;0[\cup]5;6[$

VII- Tableau fonctions de référence

voir tableau