

On considère les points $A(1;2)$, $B(-6;3)$, $C(-1;8)$, $D(6;7)$

On réalisera une figure sur la copie en y plaçant les points rencontrés tout le long de l'exercice

1) a) Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [AC]

$$I\left(\frac{x_A+x_C}{2}; \frac{y_A+y_C}{2}\right) \quad I\left(\frac{1+(-1)}{2}; \frac{2+8}{2}\right) \quad I(0;5)$$

b) Déterminer les coordonnées du milieu K du segment [BD]

$$K\left(\frac{x_B+x_D}{2}; \frac{y_B+y_D}{2}\right) \quad K\left(\frac{-6+6}{2}; \frac{3+7}{2}\right) \quad K(0;5)$$

c) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère ABCD ?

On constate que $I = K$ donc les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu c'est un parallélogramme

2) a) Calculer les longueurs AB, AC et BC

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \quad BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-6-1)^2 + (3-2)^2} \quad AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (8-2)^2} \quad BC = \sqrt{(-1-(-6))^2 + (8-3)^2}$$

$$AB = \sqrt{49+1}$$

$$AC = \sqrt{4+36}$$

$$BC = \sqrt{25+25}$$

$$AB = \sqrt{50}$$

$$AC = \sqrt{40}$$

$$BC = \sqrt{50}$$

b) En déduire la nature du triangle ABC

On constate que $AB = BC = \sqrt{50}$ donc le triangle est isocèle en B

c) Que peut-on en déduire pour la quadrilatère ABCD ?

ABCD est donc un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux, c'est un losange

3) Soit R le symétrique de K par rapport à A.

a) Placer R sur la figure

b) Démontrer que R a pour coordonnées $(2; -1)$

A est le milieu de [RK] donc $A\left(\frac{x_R+x_K}{2}; \frac{y_R+y_K}{2}\right)$

$$A\left(\frac{x_R+0}{2}; \frac{y_R+5}{2}\right)$$

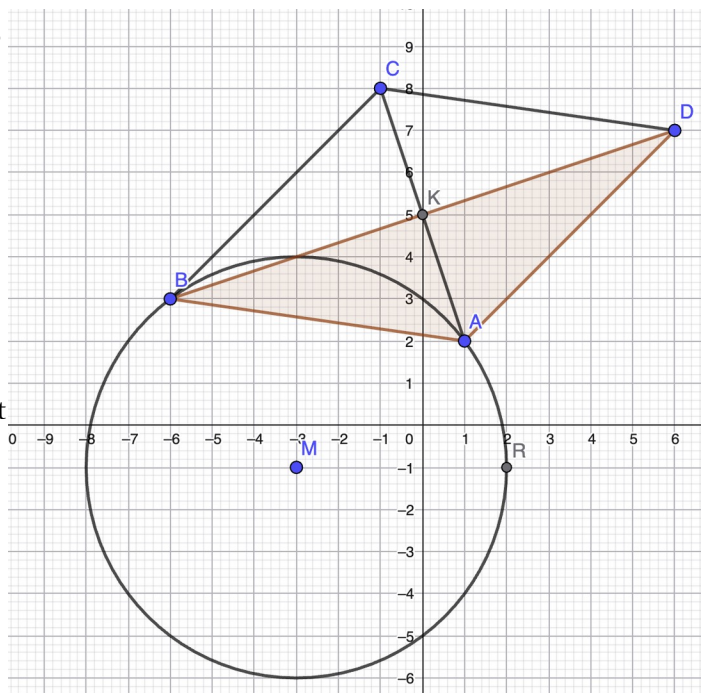
$$\text{d'où } \frac{x_R}{2} = x_A \text{ et } \frac{y_R+5}{2} = y_A$$

$$\frac{x_R}{2} = 1 \text{ et } \frac{y_R+5}{2} = 2$$

$$x_R = 2 \text{ et } y_R + 5 = 4$$

$$y_R = -1$$

$$\text{d'où } R(2; -1)$$



4) Soit M le point de coordonnées $(-3; -1)$

Le point A appartient-il au cercle de centre M de rayon 5 ? On justifiera par un calcul

A-t-on $AM = 5$? $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$

$$AM = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (-1 - 2)^2}$$

$$AM = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ donc M est sur le cercle}$$