Interrogation Terminale B

Le vendredi 17 janvier 45²

Exercice 1

1) Exprimer en fonction de $\ln 2$ le nombre $A = \ln 8 - \ln\left(\frac{1}{16}\right)$

$$A = \ln(2^3) + \ln(16) = 3\ln 2 + \ln(2^4) = 7\ln 2$$

2) Exprimer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$, les nombres suivants :

$$B = \ln(24) \quad C = \ln(144) \quad D = \ln\left(\frac{8}{9}\right)$$

$$B = \ln(3 \times 2^3) = \ln 3 + 3\ln 2 \quad C = \ln(12^2) = 2\ln(3 \times 2^2) = 2\ln 3 + 4\ln 2$$

$$D = \ln(2^3) - \ln(3^2) = 3\ln 2 - 2\ln 3$$

3) Exprimer à l'aide d'un seul logarithme les nombres suivants :

$$E = 2\ln 3 + \ln 2 + \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad F = \frac{1}{2}\ln 9 - 2\ln 3$$

$$E = \ln(3^2) + \ln 2 + \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(9 \times 2 \times \frac{1}{2}\right) = \ln 9$$

$$F = \ln\sqrt{9} - \ln 9 = \ln\left(\frac{3}{9}\right) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

4) Simplifier au maximum $G = \ln(e^2 \sqrt{e})$

$$G = \ln(e^2) + \ln(\sqrt{e}) = 2\ln e + \frac{1}{2}\ln e = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Exercice 2

1) Résoudre les équations suivantes après avoir précisé leur ensemble de définition noté E

$$\text{a) } \ln(x-1) = \ln(2x-1) \quad \text{b) } \ln(x-1) + \ln(x-3) = \ln 3 \quad \text{c) } (\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$$

$$\text{a) } E =]1; +\infty[\quad x-1 = 2x-1 \quad \text{b) } E =]3; +\infty[\quad E =]0; +\infty[$$

$$-x = 0 \quad (x-1)(x-3) = 3 \quad \text{on pose } X = \ln x$$

$$x = 0 \notin E \quad x^2 - 4x = 0 \quad \text{l'équation devient}$$

$$S = \emptyset \quad x = 0 \notin E \text{ ou } x = 4 \in E \quad X^2 + X - 6 = 0$$

$$S = \{4\} \quad \Delta = 25$$

$$X_1 = 2 \quad \text{et } X_2 = -3$$

$$\ln x_1 = 2 \quad \ln x_2 = -3$$

$$x_1 = e^2 \in E \quad x_2 = e^{-3} \in E$$

$$S = \{e^2, e^{-3}\}$$

2) Résoudre les inéquations suivantes après avoir précisé leur ensemble de définition noté E

a) $\ln(2+5x) < \ln(x+6)$ b) $\frac{1+\ln x}{2x-1} > 0$

a) $E = \left] \frac{-2}{5}; +\infty \right[$

$2+5x < x+6$

$4x < 4$

$x < 1$

$S = \left] \frac{-2}{5}; 1 \right[$

b) $E =]0; 0,5] \cup]0,5; +\infty[$

On peut alors dresser un tableau de signe

$1+\ln x > 0$ $2x-1 > 0$

$\ln x > -1$ $x > \frac{1}{2}$

$x > e^{-1}$

.....tableau de signe

On obtient alors $S = \left] 0; \frac{1}{e} \right[\cup]1/2; +\infty[$

3) Soit n un entier naturel. Résoudre les inéquations suivantes :

a) $1,2^n \geq 4$

b) $0,8^n \leq 0,1$

$1,2^n \geq 4$

$0,8^n \leq 0,1$

$\ln(1,2^n) \geq \ln 4$

$n \ln 0,8 \leq \ln 0,1$

$n \ln(1,2) \geq \ln 4$

$n \geq \frac{\ln 0,1}{\ln 0,8}$ chgt d'ordre car $\ln 0,8$ négatif

$n \geq \frac{\ln 4}{\ln(1,2)} \approx 7,6$

$n \geq 10,3$

donc $n \geq 8$

donc $n \geq 11$

4) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \ln(x^2+3x-4)$

b) $g(x) = \ln\left(\frac{4-x^2}{x}\right)$

c) $h(x) = \ln(4-x^2) - \ln x$

a) facile $D_f =]-\infty; -4[\cup]1; +\infty[$

b) On s'aide d'un tableau de signe $D_g =]-\infty; -2[\cup]0; 2[$

c) Pour $\ln x$ on doit avoir $x > 0$ et d'après le tableau précédent, pour $\ln(4-x^2)$ $x \in]0; 2[$

d'où $D_h =]0; 2[$