Exercice 1 Dans un lot de 20 pièces, 4 sont mauvaises.
De combien de façons différentes peut-on en prélever 4 simultanément dans les cas suivants :

a) Les 4 pièces sont bonnes

on tire simultanément donc un tirage de 4 bonnes est une 4-listes d'éléments d'un ensemble de 16 éléments . Il y en a $\binom{16}{4} = 1820$

b) Une au moins d'entre elles est mauvaise

le contraire de au moins une mauvaise est aucune mauvaise ainsi en utlisant le a) il vient : $\binom{20}{4} - \binom{16}{4} = 3025$

Exercice 2 Une classe de 20 élèves, 12 filles et 8 garçons, doit élire un comité composé d'un président, d'un vice-président et d'un secrétaire.

a) Combien de comités peut-on constituer ?

Un comité est un arrangement de 3 élèments parmi 20

il y en a : $\dfrac{20!}{(20-3)!} = 6840$

b) On veut une fille pour le poste de secrétaire. Combien de comités peut-on constituer ?

On a 12 choix pour le poste de secrétaire et il reste alors à choisir 2 personnes parmi 19 donc il y a : $12\times\dfrac{19!}{(19-2)!}$ = 4104 comités possibles

Exercice 3 Les douze tomes d'une encyclopédie sont rangés au hasard sur une étagère.

a) Combien y a-t-il de manières de les aligner sur une étagère

Permutation de 12 éléments donc 12! = 479 001 600 alignements différents

b) Parmi ces classements, combien y en a-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côté à côte ? (dans cet ordre)

Les tomes 1 et 2 comptent pour un tome cela revient donc à placer 11 tomes donc 11! = 39 916 800

Exercice 4 Calculer le nombre d'anagrammes formées avec les lettres des mots : NOMBRE , THEOREME , DENOMBREMENT

NOMBRE : permutation de 6 éléments donc 6 ! = 720

THEOREME : Permutation de 8 éléments mais trois E donc 3! façons de placer les E donc : $\dfrac{8!}{3!} = 6720$

DENOMBREMENT : Permutation de 12 éléments mais trois E , deux N et deux M donc : $\dfrac{12!}{3!\times2!\times2!}$ = 19 958 400

Exercice 5 De combien de façon peut-on mélanger un jeu de 36 cartes ?

Un mélange est une permutation des 36 cartes, il y en a 36 !

Exercice 6

La nouvelle plaque d'immatriculation française se base sur le modèle AA-111-AA (deux lettres, trois chiffres, deux lettres) en vigueur depuis 1994 en italie.

La série *WW* dans le bloc de gauche indique un garage.

a) Combien y a-t-il de plaques d'immatriculation différentes ?

Le bloc de gauche (comme celui de droite) est une 2 liste d'éléments d'un ensemble de 26 lettres , il y en a 26^2 et pour les lettres c'est une 3 liste d'élément d'une ensemble de 10 chiffres, il y en a 10^3 donc au total :
$26^2\times10^3\times26^2$ = 456 976 000

b) En réalité, il y en a moins que cela, car on exclut les lettres I, O et U (du fait de leur ressemblance avec le 0 , le 1 et le V) ainsi que les lettres SS et WW du bloc de gauche et la série SS du bloc de droite. De plus , les séries de chiffres démarrent à 001 .

Avec ces contraintes, combien y a-t-il de plaques d'immatriculation différentes ?

I O et U ne sont pas présents et le nombre 000 est exclus donc au total comme précédemment on a : $23^2 \times (10^3 - 1) \times 23^2$ plaques possibles

autres exclusions :

SS – 123 – SS : $10^3 - 1$ plaques

WW – 123 – SS : $10^3 - 1$ plaques

SS – 123 – AB : $(10^3 - 1) \times (23^2 - 1)$

On soustrait 1 à 23^2 car SS – 123 – SS a déjà été compté

WW – 123 – AB : $(10^3 - 1) \times (23^2 - 1)$

On soustrait 1 à 23^2 car WW – 123 – SS a déjà été compté

AB– 123 – SS : $(10^3 - 1) \times (23^2 - 1)$

On soustrait 1 à 23^2 car SS – 123 – SS a déjà été compté

Au final , on a: T= $23^2 \times (10^3 - 1) \times 23^2$ - $2 \times (10^3 - 1)$ - $3 \times (10^3 - 1) \times 23^2$

c) Les combinaisons de lettres prêtant à rire KK , PQ , QQ , TG , WC ne sont cependant pas supprimées. Si c'était le cas, combien y aurait-il de plaques d'immatriculation ?

T -

Exercice 7

On choisit 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. Combien y a-t-il de résultats contenant :

a) exactement 2 valets

$\binom{4}{2}$ = 6 choix pour les valets

$\binom{28}{3}$ = 3276 choix pour les trois autres cartes

Total : 6×3276 = 19 656

b) aucun as

on choisit les 5 cartes parmi 28 donc $\binom{28}{5}$ = 98 280 choix possibles

c) 3 piques et un roi

Deux cas à envisager : Roi de pique ou pas :

1er cas : le roi de pique est présent, il manque donc deux piques d'où

1 * $\binom{7}{2}$ * $\binom{21}{2}$ = 21*210 = 4 410

2ème cas :

il n'y a pas le roi de pique donc 3 roi * $\binom{7}{3}$ piques * 21 = 2205

Total : 4410 + 2205 = 6615

d) Combien peut-on former de suites avec ce jeu de carte c'est à dire de main de la forme « 8 9 10 Valet Dame »

On peut avoir 7 8 9 10 Valet : 4^5 tirages

8 9 10 Valet Dame : 4^5 tirages

9 10 Valet Dame Roi : 4^5 tirages

10 Valet Dame Roi As : 4^5 tirages

d'où 4^6 = 4096 tirages possibles