Bac Blanc n°1 Terminales

Lundi 3 novembre

4 heures

Calculatrice en mode examen

Exercice 1 **(5 points)**

Une entreprise fabrique des composants pour l'industrie automobile. Ces composants sont conçus sur trois chaînes de montage numérotées de 1 à 3.

- La moitié des composants est conçue sur la chaîne n°1
- 30 % des composants sont conçus sur la chaîne n°2
- les composants restant sont conçus sur la chaîne n°3.

À l'issue du processus de fabrication, il apparaît que 1 % des pièces issues de la chaîne n°1 présentent un défaut, de même que 0,5 % des pièces issues de la chaîne n°2 et 4 % des pièces issues de la chaîne n°3.
On prélève au hasard un de ces composants. On note :

- C1 l'évènement « le composant provient de la chaîne n°1 »
- C2 l'évènement « le composant provient de la chaîne n°2 »
- C3 l'évènement « le composant provient de la chaîne n°3 »
- D l'évènement « le composant est défectueux »et $\overline{D}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les calculs de probabilité seront donnés en valeur décimale exacte ou arrondie à 10^{-4} *si nécessaire.*

PARTIE A

1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
2) Calculer la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne n°3 et soit défectueux.
3) Montrer que la probabilité de l'évènement D est P(D) = 0,0145.
4) Calculer la probabilité qu'un composant défectueux provienne de la chaîne n°3.

PARTIE B

L'entreprise décide de conditionner les composants produits en constituant des lots de n unités. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de n unités, associe le nombre de composants défectueux de ce lot. Compte tenu des modes de production et de conditionnement de l'entreprise, on peut considérer que X suit la loi binomiale de paramètres n et p = 0,0145.

1) Dans cette question, les lots possèdent 20 unités. On pose n = 20.
a) Calculer la probabilité pour qu'un lot possède exactement trois composants défectueux.
b) Calculer la probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux.
En déduire la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux.
2) Le directeur de l'entreprise souhaite que la probabilité de n'avoir aucun composant défectueux dans un lot de n composants soit supérieure à 0,85. Il propose de former des lots de 11 composants au maximum. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

PARTIE C

Les coûts de fabrication des composants de cette entreprise sont de 15 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n°1, 12 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n°2 et 9 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n°3.
Calculer le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise.

Exercice 2 (4 points) :

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. **Chaque réponse doit être justifiée**

1) Affirmation 1 Pour tout réel x : $\frac{1-e^{x}}{1+e^{x}}=\frac{2}{1+e^{-x}}$

2) On considère la fonction f définie sur R par f (x) = $x^2 e^{-x}$ et on note C sa courbe dans un repère orthonormé.

Affirmation 2 L'axe des abscisses est tangent à la courbe C en un seul point.

3) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $u_n = \frac{25+(-1)^n}{n}$

Affirmation 3 la suite (u_n) est divergente

4) On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} w_0=1 \\ w_{n+1}=\frac{w_n}{1+w_n} \end{cases}$

On admet que pour tout entier naturel n , $w_n > 0$.

Soit k un nombre réel strictement positif et (t_n) la suite définie pour tout n par $t_n = \frac{k}{w_n}$

Affirmation 4 La suite (t_n) est une suite arithmétique strictement croissante

Exercice 3 (6 points) *Les deux parties sont indépendantes*

Partie A

On considère la fonction f définie sur ℝ par f(x) = $\left(x+\frac{1}{2}\right)e^{-x}+x$

1) Démontrer que $f''(x) = \left(x-\frac{3}{2}\right)e^{-x}$

2) En déduire les variations et le minimum de la fonction f'

3) Justifier que, pour tout x ∈ ℝ , $f'(x)>0$

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

On note C_f la courbe représentative de f

1) Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = e^{\sqrt{x}}$. Quel lien y a-t-il entre f et g ?

2) a) Démontrer que pour tout réel x de $]0;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$

b) Etudier le sens de variation de la fonction f sur $]0;+\infty[$ puis dresser son tableau de variation

3) On admet que f est deux fois dérivable et que $f''(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}(x-3\sqrt{x}+3)}{8x^2\sqrt{x}}$

a) En posant $X = \sqrt{x}$, montrer que $x-3\sqrt{x}+3>0$ pour tout x de $]0;+\infty[$

b) Etudier alors la convexité de f

Exercice 4 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1}=5u_n-4n-3$$

1. a. Démontrer que $u_1 = 12$.

b. Déterminer u_2 en détaillant le calcul.

c. À l'aide de la calculatrice, conjecturer le sens de variation ainsi que la limite de la suite (u_n)

2. a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n>n+1$

b. En déduire la limite de la suite (u_n)

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - n - 1$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.

Donner sa raison et son premier terme v_0.

b. En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de v_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel n : $u_n = 2\times5^n+n+1$.

d. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

4. On considère la fonction ci-dessous, écrite de manière incomplète en langage Python et destinée à renvoyer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 10^7$.

a. Recopier le programme et compléter les deux instructions manquantes.

b. Quelle est la valeur renvoyée par cette fonction ?

c. Henri affirme qu'en remplaçant 10^7 par n'importe quel autre nombre, la boucle while s'arrêtera toujours .

Pourquoi a-t-il raison ?

On rappellera pour cela une définition du cours

```
def suite() :
    u = 3
    n = 0
    while ... :
        u = ...
        n = n + 1
    return n
```