<u>Bac Blanc Terminale</u>
<u>Spécialité mathématiques</u>

Le Jeudi 29 janvier 2026
Durée 4 heures
Calculatrice en mode examen
polynésie juin 2024 proba , Asie juin 2024 ln Amérique du sud J1 espace QCM perso

<u>Exercice 1</u> (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraies ou fausse. Toute réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point

1) On considère le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f	5	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3	↘	1

Affirmation 1 : La droite d'équation y = –2 est une asymptote horizontale à la courbe représentative de la fonction f

Affirmation 2 : L'équation f(x) = 4 admet une unique solution sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

Affirmation 3 : $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2}{f(x)-5} = +\infty$

2) Soit a un nombre réel strictement négatif et f la fonction définie par f(x) = $\cos(ax)e^{ax}$.

Affirmation 4 : On a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

<u>Exercice 2</u> 4 points

Partie A

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois, sur les trois lancers, où la pièce est retombée du côté « Face » .
1) Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .
2) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X

k	0	1	2	3
P(X=k)				

Partie B

Voici les règles d'un jeu où le but est d'obtenir trois pièces du côté « Face » en un ou deux essais .
Pour cela, on lance trois pièces équilibrés :

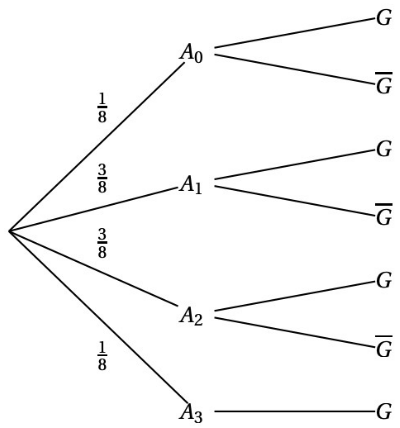
- Si les trois pièces sont tombées sur « Face », la partie est gagnée
- Sinon, les pièces tombées sur le côté « Face » sont conservées et on relance celles tombées du côté « Pile »
- La partie est gagnée si on obtient trois pièces du côté « Face »sinon elle est perdue

On considère les événements suivants :

- G : « la partie est gagnée »
- et pour tout entier k compris entre 0 et 3 , les événements
  A_k : « k pièces sont tombées du côtés « Face » au premier lancer »

1) Démontrer que $P_{A_1}(G) = \frac{1}{4}$

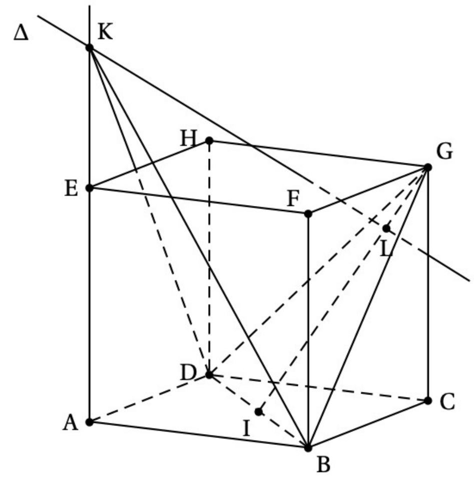
2) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous



3) Démontrer que la probabilité de gagner à ce jeu est de $p = \frac{27}{64}$

4) Combien de fois faut-il jouer à ce jeu pour que la probabilité de gagner au moins une partie dépasse 0,95 ?

Exercice 3 5,5 points



On considère un cube ABCDEFGH de côté 1

Le point I est le milieu du segment [BD].

On définit le point L tel que $\overrightarrow{IL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}$ et on se place dans le repère orthonormé (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$)

1) a) Préciser les coordonnées des points D , B , I et G .
Aucune justification n'est demandée

b) En utilisant le fait que $\overrightarrow{IL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}$ montrer que le point L a pour coordonnées $\left(\frac{7}{8};\frac{7}{8};\frac{3}{4}\right)$

2) Soit Δ la droite passant par L et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$

a) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ

b) Montrer que les droites Δ et (AE) sont sécantes au point K de coordonnées $\left(0;0;\frac{13}{8}\right)$

3) a) Calculer la distance KL

b) On admet que le triangle DBG est équilatéral et que son aire est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$
Calculer le volume du tétraèdre KDBG

On rappelle que :

- le volume d'une pyramide est donné par la formule V = $\frac{1}{3}\times B\times h$ où B représente l'aire d'une base et h la longueur de la hauteur relative à cette base
- un tétraèdre est une pyramide à base triangulaire

4) On désigne par a un réel de l'intervalle $]0;+\infty[$ et on note K_a le point de coordonnées $(0;0;a)$

a) Exprimer le volume V_a de la pyramide $ABCDK_a$ en fonction de a .

b) On note Δ_a la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=t' \\ y=t' \\ z=-t'+a \end{cases}$ où t ∈ ℝ .

Justifier que le point L_a de coordonnées $\left(\frac{a+1}{3};\frac{a+1}{3};\frac{2a-1}{3}\right)$ est un point de Δ_a

c) On admet que la distance K_aL_a représente la hauteur de la pyramide $GDBK_a$ relative à la base BDG.
Déterminer s'il existe, un réel strictement positif a tel que le tétraèdre $GDBK_a$ et la pyramide $ABCDK_a$ sont de même volume

Exercice 4 **6,5 points**

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x^2 - x\ln(x)$

On admet que f est deux fois dérivable sur $]0;+\infty[$

Partie A Etude de la fonction f

1) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$
2) Pour tout réel x strictement positif, calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de f
3) Montrer que pour tout réel x strictement positif, $f''(x)=\frac{2x-1}{x}$
4) Etudier les variations de la fonction f' sur $]0;+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f' sur $]0;+\infty[$
   on veillera à faire apparaître la valeur exacte de l'extremum de la fonction f'
   Les limites de la fonction f' aux bornes de son ensemble de définition ne sont pas attendues

5) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

Partie B Etude d'une fonction auxiliaire pour la résolution de l'équation f(x) = x

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x - \ln(x)$

On admet que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on note g' la dérivée de g

1) Pour tout réel x strictement positif , calculer $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation la fonction g
   Les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition ne sont pas demandées .

2) On admet que 1 est l'unique solution de l'équation $g(x) = 1$
   Résoudre sur l'intervalle $]0;+\infty[$ l'équation $f(x) = x$

Partie C Etude d'une suite récurrente

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1}=f(u_n)=u_n^2-u_n\ln(u_n)$$

1) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

$$\frac{1}{2}\leq u_n\leq u_{n+1}\leq 1$$

2) Justifier que la suite (u_n) converge

On appelle ℓ la limite de la suite (u_n) et on admet que ℓ vérifie l'égalité $f(\ell) = \ell$

3) Déterminer la valeur de ℓ .