DM 2

Il s'agit d'un QCM issue d'un concours accessible aux élèves de Terminale . Une seule réponse est correcte par question . Déterminer la bonne réponse en justifiant votre choix

M1 Etant donné deux réels non nuls a et b , la quantité $\left(\frac{b+\frac{1}{a}}{b}\right)a$ est systématiquement égale à :

A) Aucune des réponses B) $b+\frac{1}{b}$ C) $a+\frac{1}{b}$ D) $a+\frac{1}{a}$ E) $a+1$

$$\left(\frac{b+\frac{1}{a}}{b}\right)a = \left(b+\frac{1}{a}\right)\times\frac{a}{b} = a+\frac{1}{b}$$

M2 L'équation $x^3+x=2x^2$ a pour solution(s) :

A) 0 et 1 B) 1 C) x = 0, x = 1 et un autre nombre réel D) 0 E) 0 et -1

$x^3+x=2x^2$ equiv $x(x^2-2x+1)=0$ equiv $x(x-1)^2=0$ donc deux solutions 0 et 1

M3 La somme des solutions distinctes de l'équation $\sqrt{x^3+x}=\sqrt{2}x$ vaut :

A) 3 B) 2 C) 0 D) -2 E) 1

$\sqrt{x^3+x}=\sqrt{2}x$ equiv $x^3+x=2x^2$ avec x ≥ 0 donc deux solutions 0 et 1 donc somme = 1

M4 La dérivée de la fonction f qui à x associe $(e^{-x}+x)^3$ est la fonction qui à x associe :

A) $(e^{-x}+x)^2$ B) $3(1+e^{-x})(e^{-x}+x)^2$ C) $3(e^{-x}+x)^2$ **D)** $3(1-e^{-x})(e^{-x}+x)^2$

Facile

M5 Soit f la fonction définie par f(x) = e^{-x^2}. La dérivée seconde de f est :

A) croissante sur $]-\infty;\sqrt{1,5}]$ B) décroissante sur $\left]-\infty;-\sqrt{\frac{3}{2}}\right]$ et sur $[0;\sqrt{1,5}]$

C) croissante sur $\left]-\infty;-\sqrt{\frac{3}{2}}\right]$ et sur $[0;\sqrt{1,5}]$ D) décroissante sur $[0;\sqrt{1,5}]$

$f'(x) = -2xe^{-x^2}$ $f''(x) = (4x^2-2)e^{-x^2}$ $f'''(x) = (-8x^3+4x+8x)e^{-x^2} = x(-8x^2+12)e^{-x^2}$

un tableau de signe de f''' donne alors réponse C)

M6 La dérivée de la fonction f(x) = $\sqrt{x}\exp\sqrt{x}$ est :

A) $\frac{1}{x}e^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$ B) $\frac{1+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$ C) $\frac{1}{2x\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$ D) $\frac{1+x}{x}e^{\sqrt{x}}$ E) $\frac{1}{x}e^{\sqrt{x}}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}+\sqrt{x}\times\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}} = \ldots = \frac{1+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$$

Dans la suite, on considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1}=\sqrt{1+u_n+(u_n)^2}-\frac{1}{2}$. On définit aussi la suite (v_n) par la relation $v_n = (u_n)^2+u_n$

M7 Laquelle des assertions est vraie ?

A) la suite (v_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

B) la suite (v_n) est arithmétique de raison $\frac{3}{4}$

C) la suite (v_n) est arithmétique de raison $-\frac{3}{4}$

D) la suite (v_n) est éométique de raison $-\frac{1}{2}$

E) la suite (v_n) est géométique de raison $\frac{1}{2}$

$$v_{n+1} = (u_{n+1})^2+u_{n+1} = \left(\sqrt{1+u_n+u_n^2}-\frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt{1+u_n+u_n^2}-\frac{1}{2} = \ldots = u_n^2+u_n+\frac{3}{4} = v_n+\frac{3}{4}$$

donc C) la suite (v_n) est arithmétique de raison $\frac{3}{4}$ avec $v_0 = 2$

M8 Pour tout entier naturel n ,

A) $u_n = \frac{-1-\sqrt{9+3n}}{2}$

B) $u_n = \frac{-1-\sqrt{1+3n}}{2^n}$

C) $u_n = \frac{-1+\sqrt{9+3n}}{2}$

D) $u_n = \frac{-1+\sqrt{2+\frac{3n}{4}}}{2}$

E) $u_n = \frac{-1+\sqrt{\frac{3n}{4}}}{2^n}$

$v_n = v_0+nr = 2+\frac{3}{4}n$ d'où $u_n^2+u_n=2+\frac{3}{4}n$

$$u_n^2+u_n-\frac{3}{4}n-2=0$$

$$X^2+X-\frac{3}{4}n-2=0$$

$\Delta = 1-4\times\left(\frac{-3}{4}n-2\right) = 9+3n > 0$ car n entier naturel donc

$$u_n = \frac{-1\pm\sqrt{9+3n}}{2}$$

or $u_0 = 1$ donc $u_n = \frac{-1+\sqrt{9+3n}}{2}$

M9 La limite de la suite (u_n) est : A) 1 B) $+\infty$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\infty$ E) 0

Facile