DM Terminales

Il s'agit d'un QCM mais vous devez justifier chaque réponse

Soient $f_{a,b}$ la fonction définie par $f_{a,b}(x) = \cos(ax+b)e^{ax}$

Q1 La dérivée de $f_{2,0}$ est :

A : $f_{2,0}(x)$ B : $(\cos(2x)+\sin(2x))e^{2x}$ C : $2(\cos(2x)+\sin(2x))e^{2x}$

D : $(\cos(2x)-\sin(2x))e^{2x}$ E : $2(\cos(2x)-\sin(2x))e^{2x}$

$f_{2,0}(x) = \cos(2x)e^{2x}$ **donc** $f'_{2,0}(x) = -2\sin(2x)e^{2x}+\cos(2x)\times 2e^{2x}$

$= 2(\cos(2x)-\sin(2x))e^{2x}$ Reponse E

Q2 En l'abscisse de tout point où les courbes représentatives de la fonction $f_{1,0}$ et de la fonction $x \to e^x$ se touchent, la dérivée de $f_{1,0}$ s'annule

A : VRAI B : FAUX

Il faut résoudre $f_{1,0}(x)=e^x$

$\cos(x)e^x=e^x$

$\cos(x)=1$ **on peut simplifier car** $e^x > 0$

On dérive $f_{1,0}(x) = \cos(x)e^x$: $f'_{1,0}(x) = -\sin(x)e^x+\cos(x)e^x$

Quand cos(x) vaut 1 , on a sin(x) = 0 (car $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$ **) d'où on a alors en ces points** $f'_{1,0}(x)=e^x \neq 0$ **donc FAUX**

Q3 Si $a \neq 0$, alors en $+\infty$ la fonction $f_{a,b}$ tend vers 0 ou $+\infty$

A : VRAI B : FAUX

pour tout x , $-1 \leq \cos(ax+b) \leq 1$

$-e^{ax} \leq f_{a,b}(x) \leq e^{ax}$

<u>cas a > 0</u> **on a alors** $\lim_{x \to +\infty} e^{ax} = +\infty$ **or cos(ax+b) va être positif ou négatif donc pas de limite pour** $f_{a,b}$ **donc FAUX**

Pour tout réel x, on note E(x) l'unique entier k qui vérifie $k \leq x < k+1$. On pose S_0=0 et pour tout entier n≥1, $S_n = -1+E(\sqrt{2})-E(\sqrt{3})+\ldots+(-1)^k E(\sqrt{k})+\ldots+(-1)^n E(\sqrt{n})$

Q4 La valeur de S_6 est :

A : 1 B : -2 C : -1 D : 2 E : 0

$$S_6 = -1+E(\sqrt{2})-E(\sqrt{3})+E(\sqrt{4})-E(\sqrt{5})+E(\sqrt{6})$$

$$= -1+1-1+2-2+2 = 1$$ Réponse A

Q5 La valeur de S_{15} est :

A : -1 B : 2 C : -2 D : 0 E : 1

$$S_{15} = -1+E(\sqrt{2})-E(\sqrt{3})+E(\sqrt{4})-E(\sqrt{5})+E(\sqrt{6})-E(\sqrt{7})+E(\sqrt{8})-E(\sqrt{9})+E(\sqrt{10})-E(\sqrt{11})+E(\sqrt{12})-E(\sqrt{13})+E(\sqrt{14})-E(\sqrt{15})$$

$$= -1+1-1+2-2+2-2+2-3+3-3+3-3+3-3 = -1+2-3 = -2$$ Réponse C

Q6 Soit m un entier naturel. L'égalité $E(\sqrt{k})=m$ est réalisée si et seulement si k est un entier naturel tel que :

A : $m^2 \leq k < (m+1)^2$ B : $k \leq \sqrt{k} < k+1$ C : k ≤ m < k+1

D : aucune des réponses proposées E : m ≤ k < m+1

Si $m^2 \leq k < (m+1)^2$ **alors** $m \leq \sqrt{k} < m+1$ **d'où** $E(\sqrt{k})=m$

Q7 Lorsque l'entier k varie dans $\mathbb{N}^*$, le réel $E(\sqrt{2k})-E(\sqrt{2k-1})$ est nul sauf lorsque :

A : aucune des réponses proposées

B : 2k+1 est le carré d'un entier

C : 2k est le carré d'un entier

D : $2k-1$ est le carré d'un entier

E : k est le carré d'un entier

Si 2k est le carré d'un entier, on peut écrire 2k = m^2 d'où $E(\sqrt{2k})$ = E(m) = m

on sait que $2k-1 < 2k$

donc $\sqrt{2k-1} < \sqrt{2k}$

$\sqrt{2k-1} < m$ d'où comme m est un entier, $E(\sqrt{2k-1}) \neq m$ d'où

$$E(\sqrt{2k})-E(\sqrt{2k-1}) \neq 0$$

Réponse C