# DS Suite et récurrence Spécialité Mathématique Terminale

## Mardi 15 septembre 2026

**Exercice 1**

En mai 2020, une entreprise fait le choix de développer le télétravail afin de s'inscrire dans une démarche écoresponsable. Elle propose à ses 5 000 collaborateurs en France de choisir entre le télétravail et le travail au sein des locaux de l'entreprise.

En mai 2020, seuls 200 d'entre eux ont choisi le télétravail. Chaque mois, depuis la mise en place de cette mesure, les dirigeants de l'entreprise constatent que 85 % de ceux qui avaient choisi le télétravail le mois précédent choisissent de continuer, et que, chaque mois, 450 collaborateurs supplémentaires choisissent le télétravail. On modélise le nombre de collaborateurs de cette entreprise en télétravail par la suite $(a_n)$. Le terme $a_n$ désigne ainsi une estimation du nombre de collaborateurs en télétravail le n-ième mois après le mois de mai 2020. Ainsi $a_0 = 200$.

## Partie A

1. Calculer $a_1$ .

2. a) Justifier que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}85a_n+450$.

b) Démontrer par récurrence que la suite $(a_n)$ est majorée par 3000

3. On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel n par : $v_n = a_n - 3000$.

a. Démontrer que la suite $(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,85 dont on précisera le premier terme

b. Exprimer $v_n$ en fonction de n pour tout entier naturel n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $a_n = -2800\times 0{,}85^n+3000$

4. A l'aide de votre calculatrice, déterminer le nombre de mois au bout duquel le nombre de télétravailleurs sera strictement supérieur à 2 500, après la mise en place de cette mesure dans l'entreprise.

## Partie B

Afin d'évaluer l'impact de cette mesure sur son personnel, les dirigeants de l'entreprise sont parvenus à modéliser le nombre de collaborateurs satisfaits par ce dispositif à l'aide de la suite $(u_n)$ définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{5u_n+4}{u_n+2}$ où $u_n$ désigne le nombre de milliers de collaborateurs satisfaits par cette nouvelle mesure au bout de n mois après le mois de mai 2020.

1. Démontrer que la fonction f définie pour tout x ∈ [0 ; +∞[ par f (x) = $\dfrac{5x+4}{x+2}$ est strictement croissante sur [0 ; +∞[.

2. a. Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$ .

b. Que peut-on en déduire pour la suite $(u_n)$ ?

3. A l'aide de votre calculatrice, conjecturer la limite de la suite $(u_n)$ et l'interpréter dans le contexte de la modélisation.

**Exercice 2** L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse . On justifiera la réponse

On considère la suite $(w_n)$ définie par $w_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par : $w_{n+1} = w_n+2n+3$

**Affirmation** pour tout entier naturel n , $w_n = (n+1)^2$